

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
Маслянинская средняя общеобразовательная школа №1
Маслянинского района Новосибирской области

ПРИНЯТО

Решением МО математического
образования

Протокол № 1 от 28.08.2019г.
Руководитель кафедры: И.С.Молодцова

СОГЛАСОВАНО

Зам.директора по УВР

Н.Г. Сторожилова Н.Г.
от 30.08. 2019 г.

Рабочая программа
элективного курса

«Практикум по решению математических задач»

для 11 класса
(базовый уровень)

Составитель:

Палкина Анжела Викторовна

Маслянино 2019

Пояснительная записка

Рабочая программа элективного курса составлена на основании
следующих нормативно-правовых документов:

- Закон Российской Федерации от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (ст. 14,15)
- Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 N 413 (ред. от 29.06.2017) Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования
- Основная образовательная программа среднего общего образования МБОУ Маслянинской СОШ № 1

Основная задача обучения математике в школе заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену современного общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.

Данный элективный курс направлен на формирование умений и способов деятельности, связанных с решением задач повышенного и высокого уровня сложности, получение дополнительных знаний по математике, интегрирующих усвоенные знания в систему

Содержание курса предусматривает как повторное рассмотрение теоретического материала по математике, так и расширение и углубление знаний обучающихся по отдельным темам. Курс дает учащимся возможность познакомиться с нестандартными приемами решения математических задач, способствует формированию и развитию таких качеств, как интеллектуальная восприимчивость и способность к усвоению новой информации, гибкость и независимость логического мышления.

Цели курса:

создание условий для дифференциации и индивидуализации обучения, выбора учащимися разных категорий индивидуальных образовательных траекторий в соответствии с их способностями, склонностями и потребностями;

- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для жизни в современном обществе, для общей социальной ориентации и решения практических проблем.

Задачи курса:

- Реализация индивидуализации обучения; удовлетворение образовательных потребностей школьников по алгебре. Формирование устойчивого интереса учащихся к предмету.

- Выявление и развитие их математических способностей.

- Обеспечение усвоения обучающимися наиболее общих приемов и способов решения задач. Развитие умений самостоятельно анализировать и решать задачи по образцу и в незнакомой ситуации;

- Формирование и развитие аналитического и логического мышления.

- Расширение математического представления учащихся по определённым темам, включённым в программы вступительных экзаменов в другие типы учебных заведений.

- Развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы.

На учебных занятиях элективного курса используются активные методы обучения, предусматривается самостоятельная работа по овладению способами деятельности, методами и приемами решения математических задач. Занятия проходят в форме свободного практического урока и состоят из обобщенной теоретической и практической частей. Рабочая программа данного курса направлена на повышение уровня 3 математической культуры старшеклассников.

С целью контроля и проверки усвоения учебного материала проводятся длительные домашние контрольные работы по каждому блоку, семинары с целью обобщения и систематизации. В учебно-тематическом плане определены зачетные работы по каждому блоку учебного материала

Место курса в учебном плане

Согласно учебному плану программа курса " Практикум по решению математических задач " рассчитана на 1 час в неделю, всего 34 часа в течение года.

1. Планируемые результаты освоения курса

Личностные-

-готовность и способность обучающихся к саморазвитию

— способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

-развитие компетенций сотрудничества со сверстниками

— готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

Метапредметные результаты

Регулятивные

- самостоятельно определять цели, составлять планы деятельности, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;

Коммуникативные

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

Предметным результатом изучения курса является сформированность следующих умений.

1) овладение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания; представление об основных изучаемых понятиях (число, геометрическая фигура, геометрическое тело, уравнение, функция, вероятность) как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать реальные процессы и явления;

2) умение работать с математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

3) развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;

4) овладение системой функциональных понятий, функциональным языком и символикой; умение использовать функционально-графические представления для описания и анализа реальных зависимостей;

5) овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;

6) усвоение систематических знаний о геометрических телах в пространстве и их свойствах, умение применять систематические знания о них для решения геометрических и практических задач;

7) умение измерять длины отрезков, величины углов, использовать формулы для нахождения площадей и объемов геометрических тел;

8) умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера.

2.СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ УЧЕБНОГО КУРСА

1. Текстовые задачи (3 ч)

Текстовые задачи на округление с избытком, недостатком. Задачи на проценты. Задачи на выбор оптимального варианта. Задачи на движение по прямой. Задачи на движение по окружности. Задачи на движение по воде.

Задачи на смеси и сплавы. Задачи на совместную работу. Задачи на прогрессии.

2. Планиметрия (3 ч)

Вычисление элементов прямоугольного, равнобедренного треугольников, треугольников общего вида, четырехугольников. Площади фигур. Круг и его элементы. Центральные и вписанные углы. Окружность, вписанная в треугольник, четырехугольник и окружность, описанная около треугольника, четырехугольника. Правильные многоугольники. Вписанная и описанная окружность правильного многоугольника. Координатная плоскость. Простейшие задачи в координатах. Векторы, операции над векторами.

3. Числа, корни, степени, логарифмы (4 ч)

Целые числа, дроби, рациональные числа. Модуль числа. Степень с действительным показателем, ее свойства. Корень натуральной степени, его свойства. Логарифм, свойства логарифмов. Преобразование рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических выражений. Сравнение числовых выражений.

4. Основы тригонометрии (4 ч)

Тригонометрические функции числового и углового аргумента, их свойства. Основные тригонометрические формулы. Обратные тригонометрические функции. Преобразования тригонометрических выражений.

5. Производная (4 ч)

Правила и формулы дифференцирования. Геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной. Применение производной к исследованию функций.

6. Уравнения и неравенства (4 ч)

Методы и приемы решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств. Отбор корней тригонометрического уравнения. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Системы уравнений и неравенств. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики, интерпретация результата, учет реальных ограничений.

7. Стереометрия (5 ч)

Прямые и плоскости в пространстве: угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до прямой, расстояние от точки до плоскости, угол и расстояние между скрещивающимися прямыми. Многогранники: вычисление элементов, сечения, боковая и полная поверхности, объем. Тела вращения: вычисление элементов, боковая и полная поверхности, объем. Комбинации тел. Применение координатного и векторного методов к решению стереометрических задач.

8. Начала теории вероятностей (2 ч)

Классическое определение вероятности. Теоремы о вероятностных событиях.

9. Задачи с параметрами (4 ч)

Использование геометрических интерпретаций при анализе решения задач с параметрами. Использование симметрии выражений при решении задач с параметрами.

10. Итоговое занятие (1 ч)

Итоговый тест в форме ЕГЭ.

3.Календарно - тематическое планирование

№ п/п	Тема	Кол-во часов
Текстовые задачи (3 ч)		
1	Задачи на выбор оптимального варианта	1
2	Задачи на смеси и сплавы	1
3	Задачи на совместную работу, задачи на прогрессии	1
Планиметрия (3ч)		
4	Площади фигур	1
5	Вычисление элементов треугольников общего вида, четырехугольников	1
6	Углы, связанные с окружностью. Окружность, описанная около треугольника, и окружность, вписанная в треугольник	1
Числа, корни, степени, логарифмы (4 ч)		
7-8	Преобразование рациональных, иррациональных и показательных и выражений. Сравнение числовых выражений.	2
9-10	Свойства логарифмов. Преобразование логарифмических выражений	2
Основы тригонометрии (4 ч)		
11	Тригонометрические функции, их свойства.	1
12	Обратные тригонометрические функции	1
13	. Основные тригонометрические формулы.	1
14	Преобразование тригонометрических выражений	1
Производная (4 ч)		
15-16	Правила и формулы дифференцирования. Применение производной к исследованию функций	2
17-18	Геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной. Применение производной к исследованию функций	2
Уравнения и неравенства (4 ч)		
19	Методы решения тригонометрических уравнений. Отбор корней тригонометрического уравнения	1
20	Методы решения иррациональных уравнений и неравенств	1
21	Методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств	1
22	Комбинированные системы уравнений	1

<i>Стереометрия (5 ч)</i>		
23-24	Прямые и плоскости в пространстве: угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до прямой, расстояние от точки до плоскости, угол и расстояние между скрещивающимися прямыми.	2
25	Многогранники и тела вращения: вычисление элементов, боковая и полная поверхности, объем. Сечения многогранников. Комбинации тел.	1
26-27	Применение координатного и векторного методов к решению стереометрических задач.	2
<i>Начала теории вероятностей (2 ч)</i>		
28-29	Классическое определение вероятности. Теоремы о вероятностных событиях.	2
<i>Задачи с параметрами (4 ч)</i>		
30-31	Использование геометрических интерпретаций при анализе решения задач с параметрами.	2
32-33	Использование симметрии выражений при решении задач с параметрами.	2
34	<i>Итоговое занятие</i>	1
	Итого:	34

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Учебные пособия

1. Л.С. Атанасян. Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразовательных учреждений. - М.: Просвещение, 2017;
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадамцева С.Б. и др. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. – М. Просвещение, 2017
3. Мордкович, А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) - М.: Мнемозина, 2018
4. Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) - М.: Мнемозина, 2019
5. Мордкович, А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) - М.: Мнемозина, 2018
6. Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) - М.: Мнемозина, 2019

Методические пособия

1. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Тригонометрические уравнения: методы решения и отбор корней. – Режим доступа: <http://alexlarin.net>
2. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Многогранники: типы задач и методы их решения. – Режим доступа: <http://alexlarin.net>
3. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Системы неравенств с одной переменной. – Режим доступа: <http://alexlarin.net>
4. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Планиметрические задачи с неоднозначностью в условии (многовариантные задачи). – Режим доступа: <http://alexlarin.net>
5. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Функция и параметр. – Режим доступа: <http://alexlarin.net>
6. Общие подходы к решению уравнений: Учебное пособие / Под ред. Н.А. Цыпленковой. – Вологда: ВГПУ, изд-во «Русь», 2004. – 36 с. (Серия: Профильное обучение. Математика. Выпуск №3)

7. Основные методы и приемы решения целых рациональных уравнений: Учебное пособие / Под ред. Н.А. Цыпленковой. – Вологда: ВГПУ, изд-во «Русь», 2004. – 36 с. (Серия: Профильное обучение. Математика. Выпуск №4)
8. Использование понятия модуля в тождественных преобразованиях выражений: Учебное пособие / Под ред. Н.А. Цыпленковой. – Вологда: ВГПУ, изд-во «Русь», 2005. – 30 с. (Серия: Профильное обучение. Математика. Выпуск №5)

Электронные ресурсы

1. Открытый банк задач ЕГЭ по математике – Режим доступа: <http://mathege.ru>
2. ЕГЭ-2015: математика. Задачи. Ответы. Решения. Обучающая система Дмитрия Гущина «Решу ЕГЭ» - режим доступа: <http://reshuege.ru>
3. Ларин Александр Александрович. Математика. Репетитор – Режим доступа: <http://alexlarin.net>
4. Онлайн-подготовка к ЕГЭ и ГИА – Режим доступа: <http://ege.yandex.ru>

Образцы тестовых заданий

Тест «Основы тригонометрии»

1. Найдите значение выражения $4\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{7\pi}{3}$.
2. Найдите $-47\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,4$.
3. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
4. Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma)$, если $\operatorname{tg} \gamma = 7$.
5. Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$.
6. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{7\sin \alpha + 13\cos \alpha}{5\sin \alpha - 17\cos \alpha} = 3$.
7. Найдите значение выражения $\frac{7\cos(\pi + \beta) - 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{12}$, если $\cos \beta = -\frac{1}{3}$.
8. Найдите значение выражения $\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$.
9. Найдите $\frac{10\sin 6\alpha}{3\cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$.
10. Найдите значение выражения $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$.

Тест «Текстовые задачи»

1. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?
2. Сырок стоит 8 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 50 рублей?
3. Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина — 20 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?
4. В 2 . Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?
5. В 4 . Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб

План «500»	550 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	700 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 600 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?

6. В 14 . Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
7. Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист, а через 10 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 2 минуты после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 3 минуты после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 5 км. Ответ дайте в км/ч.
8. В 14 . Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
9. В 14 . Заказ на 156 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 1 деталь больше?
10. В 14 . Смешали 4 литра 15–процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25–процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

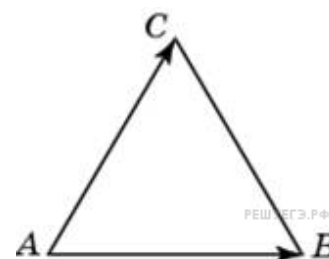
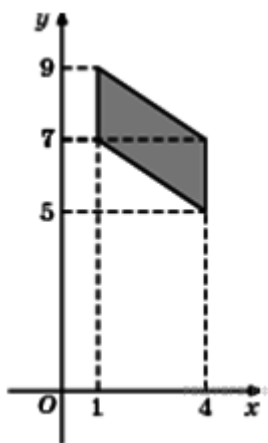
Тест «Планиметрия»

1. Стороны правильного треугольника ABC равны $2\sqrt{3}$.

Найдите длину вектора

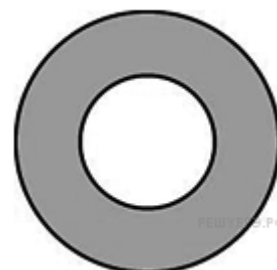
$$\vec{AB} + \vec{AC}.$$

2.

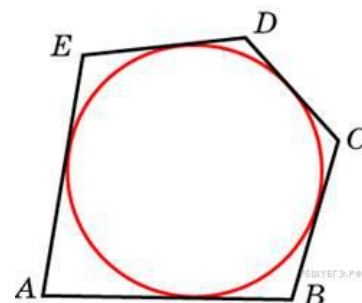


Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1;7), (4;5), (4;7), (1;9).

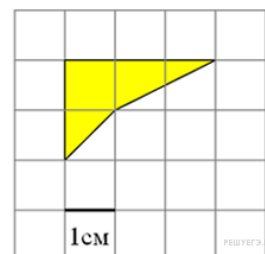
3. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$.



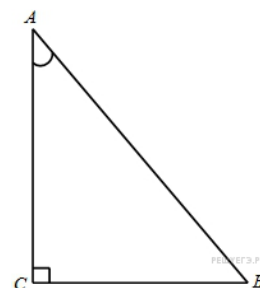
4. Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 20. Найдите его площадь.



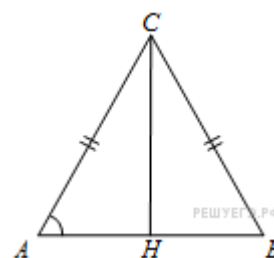
5. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



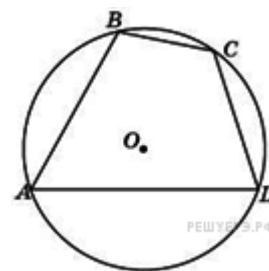
6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4,8$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AB .



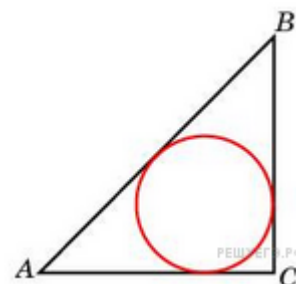
7. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 8$, $\cos A = 0,5$. Найдите AC .



8. Стороны четырехугольника $ABCD$, BC , CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 95° , 49° , 71° , 145° . Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



9. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный прямоугольный треугольник, равен 2. Найдите гипотенузу этого треугольника. В ответе укажите $c(\sqrt{2} - 1)$.



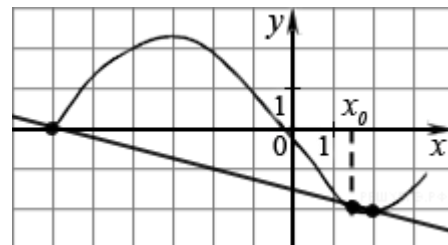
- 10.С4. В треугольник ABC известны стороны: $AB = 14$, $BC = 18$, $AC = 20$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .

Тест «Числа, корни, степени, логарифмы»

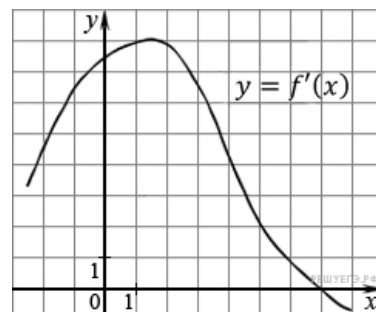
1. Найдите значение выражения $\left(5\frac{1}{3} - 2\right) : \frac{5}{21}$.
2. Найдите $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$, если $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$ при $b \neq 0$.
3. Найдите значение выражения $\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$.
4. Найдите значение выражения $\frac{12\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m > 0$.
5. Найдите значение выражения $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(a-4)^2}$ при $2 \leq a \leq 4$.
6. Найдите значение выражения $\log_a(ab^3)$, если $\log_b a = \frac{1}{7}$.
7. Найдите значение выражения $\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}}$ при $a = 12$.
8. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$.
9. Найдите значение выражения $\log_5 9 \cdot \log_3 25$.
10. Найдите значение выражения $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$.

Тест «Производная»

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.
2. Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.
3. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

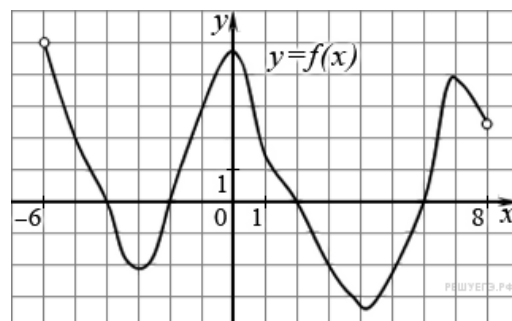


4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная

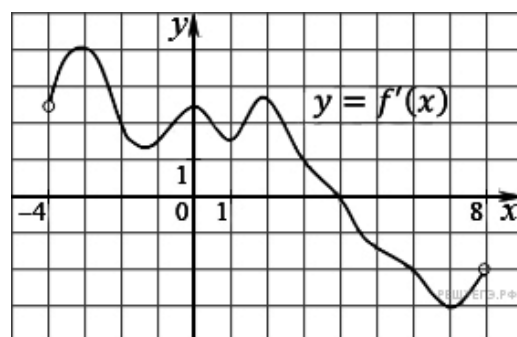


к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.

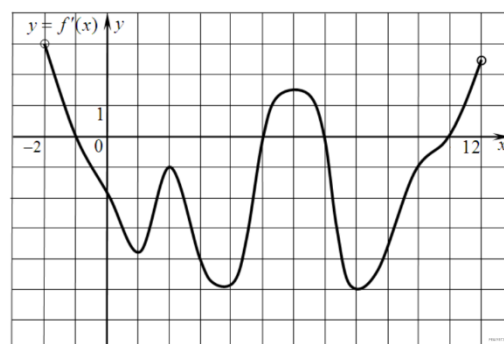
5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



6. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 6]$.



7. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



8. Найдите точку минимума функции $y = 2x - \ln(x + 3) + 7$.
9. Найдите наименьшее значение функции $y = (x + 3)^2 e^{-3-x}$ на отрезке $[-5; -1]$.

10. Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

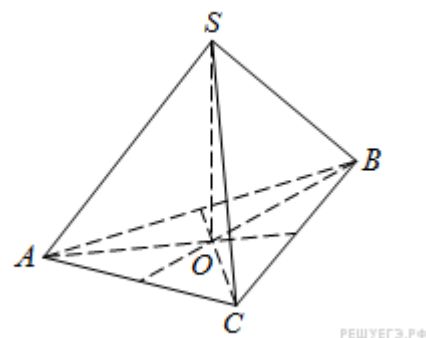
Тест «Уравнения и неравенства»

1. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72 - 17x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
2. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7 - x) = -2$.
3. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3$.
4. Найдите корень уравнения: $\frac{x - 119}{x + 7} = -5$.
5. Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0,5 \cos \pi t$, где t — время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза (в кг), v — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.
6. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вдвое раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?
7. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0,7$ — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с?
8. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,7 километра, приобрести скорость не менее 105 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

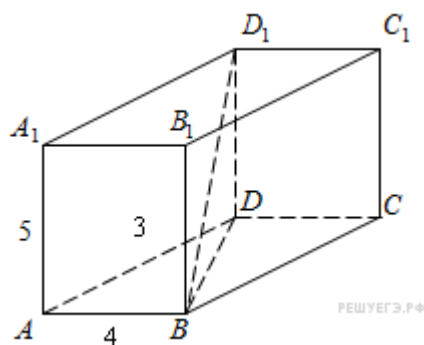
9. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?
10. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90 \text{ Ом}$. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями $R_1 \text{ Ом}$ и $R_2 \text{ Ом}$ их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (\text{Ом})$, а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом . Ответ выразите в омах.

Тест «Стереометрия»

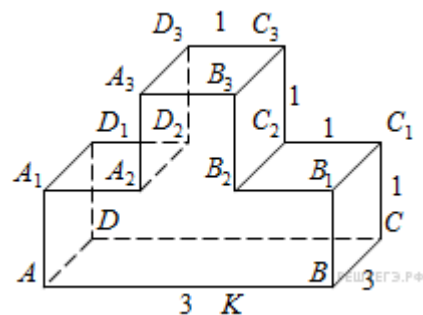
1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .



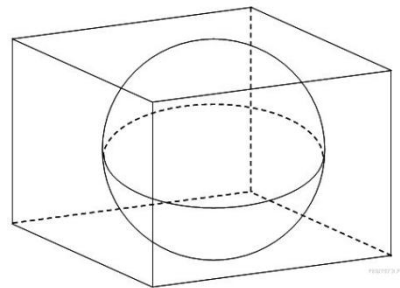
2. Найдите угол DBD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=4$, $AD=3$, $AA_1=5$. Дайте ответ в градусах.



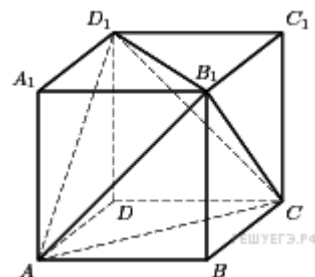
3. Найдите тангенс угла ABB_3 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



4. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 3 раза?
5. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $28\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.
6. В куб вписан шар радиуса 3. Найдите объем куба.



7. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 4,5. Найдите объем треугольной пирамиды $AD_1 CB_1$.

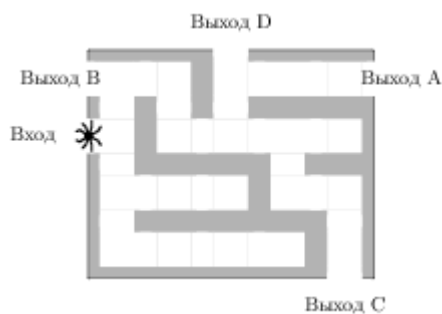


8. Вершина A куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной 1,6 является центром сферы, проходящей через точку A_1 . Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину S/π .

9. С2. В правильной треугольной $SABC$ пирамиде с основанием ABC известны ребра $AB = 24\sqrt{3}$, $SC = 25$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC .
10. С2. Основанием прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$, сторона которого равна $4\sqrt{3}$ а угол BAD равен 60° . Найдите расстояние от точки A до прямой $C_1 D_1$, если известно, что боковое ребро данного параллелепипеда равно 8.

Тест «Начала теории вероятностей»

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.
2. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки.
4. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?
5. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).
6. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D .



Самостоятельная работа «Уравнения и неравенства»

1. а) Решите уравнение $2 \sin \left(\frac{7\pi}{2} + x \right) \cdot \sin x = \sqrt{3} \cos x$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-7\pi, -6\pi]$.
2. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 9^x - 28 \leq 3^{x+3}, \\ \log_{x+7} \left(\frac{3-x}{x+1} \right)^2 \leq 1 - \log_{x+7} \frac{x+1}{x-3}. \end{cases}$$

Самостоятельная работа «Задачи с параметрами»

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

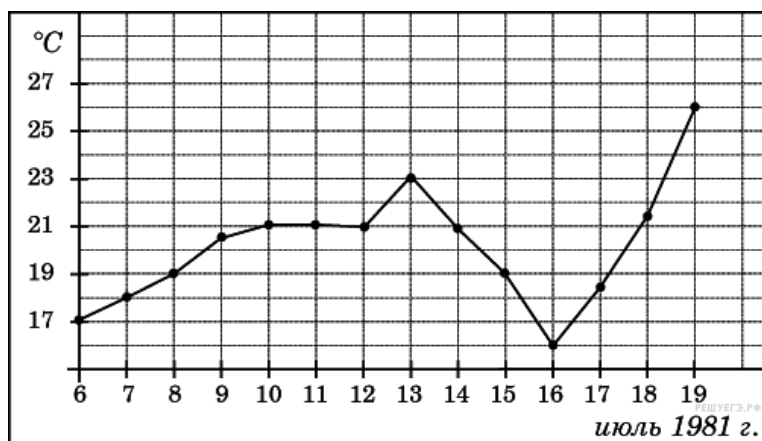
$$\begin{cases} x^2 - 8x + |y| + 12 = 0, \\ x^2 + (y - a)(y + a) = 8(x - 2) \end{cases} \text{ имеет ровно 8 решений.}$$

Образец итогового теста

В1. Выпускники 11а покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 15 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 35 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

В2. Пачка сливочного масла стоит 60 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 5%. Сколько рублей заплатит пенсионер за пачку масла?

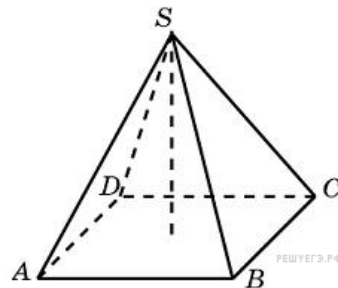
В3. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



$$\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$$

В12 . Трактор тащит сани с силой $F = 50\text{кН}$, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $v = 3\text{м/с}$ равна $N = Fv\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 75 кВт?

В13 . В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 6, боковое ребро равно 10. Найдите ее объем.



В14 . Грузовик перевозит партию щебня массой 60 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 4 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за пятый день, если вся работа была выполнена за 8 дней.

В15 . Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 5x^2 + 7x - 5$.

С1 . а) Решите уравнение $\sin 2x + \sqrt{3}\sin x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

С2 . Основание прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = 5$. Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и $B_1 D_1$ равно 13.

С3 . Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x - 3} \leq 1, \\ 25x^2 - 4|8 - 5x| < 80x - 64. \end{cases}$$

С4 . Окружности радиусов 11 и 21 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом в точке C , AO_1 и BO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle AO_1 O_2 = 60^\circ$. Найдите AB .

С5 . Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (y - 2x)(2y - x) \leq 0, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x + a)^2 + (y - a)^2} = \frac{|a + 1|}{\sqrt{5}} & (2) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.